

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету

Математики і інформатики

СВІСЛАВ МЕНЯЙЛОВ

Серпень 2025 р



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальні рівняння

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

галузь знань 11 – Математика та статистика, 01 – Освіта/Педагогіка
(шифр і назва)

спеціальність 111 – Математика, 113 – Прикладна математика,
014.04 – Середня освіта (Математика)
(шифр і назва)

освітня програма «Математика», «Прикладна математика»,
«Математика та інформатика»
(шифр і назва)

спеціалізація _____
(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова
(обов'язкова / за вибором)

факультет математики і інформатики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
“26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: Стпанова Катерина Вадимівна, кандидат фіз.-мат. наук,
 доцент, доцент кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри Прикладної математики
 Протокол від “26” серпня 2025 року №13

Завідувач кафедри Прикладної математики


 (підпис)

Валерій КОРОБОВ
 (прізвище та ініціали)

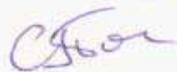
Програму погоджено з гарантими освітньо-професійних програм факультету математики і інформатики:

Гарант ОПП Математика



Сергій ГЕФТЕР

Гарант ОПП Прикладна математика



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Гарант ОПП Математика та інформатика

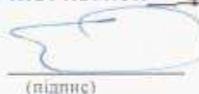


Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна

Протокол від “26” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики


 (підпис)

Євген МЕНЯЙЛОВ
 (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальність 111 – Математика, 113 – Прикладна математика,
014.04 – Середня освіта (Математика)

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни:

Ознайомлення студентів із сучасною теорією звичайних диференціальних рівнянь.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

Навчити студентів теоретичним основам та практичним навичкам в галузі сучасної теорії звичайних диференціальних рівнянь.

1.3. Кількість кредитів: 8

1.4. Загальна кількість годин: 240

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
	16 год.
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
	16 год.

1.6. Заплановані результати навчання

1.6.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей

113 – Прикладна математика:

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

111 – Математика:

ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями

014.04 – Середня освіта (Математика):

ІК01. Здатність успішно розв'язувати навчально-педагогічні задачі та проблеми середньої освіти на рівнях базової середньої освіти та профільної середньої освіти на основі глибокого знання елементарної математики, основ вищої математики, інформаційних технологій та методики викладання математики застосовуючи сучасні методи діагностування навчальних досягнень учнів, спираючись на знання про сучасну природничу картину світу та забезпечуючи охорону життя та здоров'я учнів у навчально-виховному процесі та позаурочній діяльності.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння культурою мислення.

ЗК04. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, використовувати знання про сучасну природничу картину світу в освітній та професійній діяльності, застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК07. Здатність використовувати основні методи, способи та засоби одержання, зберігання, переробки інформації.

ЗК08. Здатність працювати з комп'ютером як засобом управління інформацією.

1.6.2. Формування наступних фахових компетентностей

113 – Прикладна математика:

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК17. Здатність розуміти математичні доведення, запропоновувати оригінальні доведення, встановлювати їх правильність і отримувати висновки.

111 – Математика:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

ФК06. Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.

014.04 – Середня освіта (Математика):

ФК08. Володіння основними положеннями класичних розділів математики, її базовими ідеями та методами.

ФК09. Здатність здійснювати логічний аналіз математичних об'єктів і процедур та конкретизацію абстрактних математичних знань у процесі вивчення математики.

ФК10. Володіння культурами математичного мислення, логічною, алгоритмічною та евристичною; розуміння загальної структури математичного знання, взаємозв'язку між різними математичними дисциплінами; здатність користуватися мовою математики, коректно виражати та аргументовано обґрунтовувати наявні знання.

ФК11. Здатність будувати математичні моделі для вирішення практичних проблем; розуміння критеріїв якості математичного моделювання.

ФК13. Здатність застосовувати різні сценарії вивчення конкретного математичного матеріалу, накопичувати та систематизувати різні варіанти доказів теорем, розв'язків задач, банків ключових задач тощо.

ФК14. Володіння основними положеннями історії розвитку математики, еволюції математичних ідей та основними концепціями сучасної математичної науки.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні досягти таких програмних результатів навчання:

113 – Прикладна математика:

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

PH06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності, а також якісних властивостей їх розв'язків.

PH21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

PH22. Уміти отримувати змістовні висновки, наводити та аналізувати приклади і контрприкладів, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

111 – Математика:

PH04. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

PH06. Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів.

PH16. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

014.04 – Середня освіта (Математика):

ПРН03. Знати основні поняття логіки, загальні принципи побудови математичних теорій, у тому числі аксіоматичний. Уміти формулювати та доводити математичні твердження, отримувати висновки, встановлювати правильність розв'язання задач та міркувань; володіти методами логічного виведення (дедуктивні, індуктивні, семантичні тощо). Володіти основами методу формалізації, навичками узагальнення навчальних дій, методами математичних міркувань.

ПРН04. Знати базові поняття та теореми математичного, функціонального, комплексного аналізу, ряди, диференціювання та інтегрування функцій, інтегрування на поверхнях, термінологію теорії міри, інтегрування за Лебегом, нескінченновимірні метричні простори (банахові, гільбертові, тощо), функції комплексної змінної. Уміти досліджувати аналітичні об'єкти та використовувати їх у теоретичних та практичних задачах. Володіти методами математичного, функціонального аналізу, теорії функцій, методами математичних міркувань.

ПРН08. Знати основні поняття та методи теорії звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь у часткових похідних, зокрема, рівнянь математичної фізики: класи рівнянь та систем, теореми про існування та єдиність розв'язку, методи знаходження розв'язків. Уміти розв'язувати різні класи рівнянь та систем, досліджувати властивості та якісну поведінку розв'язків, будувати математичні моделі за допомогою диференціальних рівнянь. Володіти методами рішення різних класів диференціальних рівнянь і рівнянь математичної фізики.

ПРН17. Знати деякі факти з предметних областей, що відмінні від математики і описують різноманітні об'єкти природи, людського суспільства та культури. Уміти аналізувати інформацію з різних областей людського знання і предметних областей, у тому числі для успішного застосування математичних методів у цих областях. Володіти знаннями про наукову картину світу, її функціональні поняття та принципи, про естетичні цінності, історичність людського буття, різноманітність культур і цивілізацій, володіти правилами, прийомами та способами аналізу, синтезу, узагальнення та класифікації наукової інформації.

1.8. Пререквізити: вказати перелік дисциплін, що передують вивченню

ОК 5. Математичний аналіз.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Рівняння першого порядку

Тема 1. Основні поняття і означення теорії диференціальних рівнянь. Рівняння з відокремлюваними змінними. Еквівалентність рівняння з відокремлюваними змінними деякому функціональному рівнянню, властивості розв'язків цього функціонального рівняння. Симетрична форма запису рівняння 1-го порядку. Рівняння в повних диференціалах.

Тема 2. Диференціальні рівняння, що не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметру.

Розділ 2. Системи диференціальних рівнянь.

Тема 3. Системи диференціальних рівнянь. Зведення рівняння n -го порядку до системи того ж порядку. Лема Гронуолла-Беллмана. Приклади динамічних систем для дослідження реальних процесів у фізиці, інженерії та інших галузях.

Тема 4. Теореми про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для нелінійних рівнянь та систем. Теореми про залежність розв'язків задачі Коші від параметрів та початкових умов. Продовження розв'язків задачі Коші.

Розділ 3. Лінійні системи та рівняння

Тема 5. Лінійні системи. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійної системи. Комплексні розв'язки лінійних систем.

Тема 6. Визначник Вронського системи вектор-функцій. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи вектор-функцій, їх властивості. Теорема Ліувілля. Лінійно залежні та незалежні системи розв'язків лінійної системи. Фундаментальні матриці розв'язків та їх властивості.

Тема 7. Теореми про загальні розв'язки лінійних однорідної та неоднорідної систем. Методи Коші та Лагранжа пошуку частинних розв'язків неоднорідних лінійних систем.

Тема 8. Лінійні диференціальні рівняння, їх зведення до лінійних систем. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для лінійних рівнянь.

Тема 9. Визначник Вронського системи функцій. Лінійно залежні та незалежні системи функцій та їх властивості. Теорема Ліувілля-Остроградського. Лінійно залежні та незалежні системи розв'язків лінійних однорідних рівнянь, фундаментальні системи розв'язків.

Тема 10. Теореми про загальні розв'язки лінійних однорідного та неоднорідного рівнянь. Методи Коші та Лагранжа пошуку частинних розв'язків лінійних неоднорідних рівнянь.

Тема 11. Лінійні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Теореми про комплексну та дійсну форми фундаментальної системи розв'язків для таких рівнянь.

Тема 12. Неоднорідні лінійні рівняння з квазіполіноміальною правою частиною. Теореми про частинні розв'язки таких систем.

Розділ 4. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами

Тема 13. Означення функції від матриці для функції, визначеної на спектрі цієї матриці. Інтерполяційні поліноми та їх властивості. Інтерполяційний поліном Лагранжа-Сильвестра, його властивості та обчислення. Властивості функцій від матриці.

Тема 14. Теорема про фундаментальність матричної експоненти. Теореми про загальний розв'язок та розв'язок задачі Коші для лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. Теорема Трохи. Теорема про вигляд фундаментальної матриці розв'язків лінійної системи зі сталими коефіцієнтами. Подання функції від матриці матричним степеневим рядом.

Тема 15. Неоднорідні лінійні системи з квазіполіноміальною правою частиною. Теореми про частинні розв'язки таких систем.

Тема 16. Крайова задача та функція Гріна для лінійних рівнянь та систем.

Розділ 5. Інтегрування степеневими рядами

Тема 17. Степеневі ряди з матричними коефіцієнтами. Лінійні системи з аналітичними коефіцієнтами. Теорема про структуру фундаментальної матриці розв'язків такої системи.

Тема 18. Рівняння класу Фукусу, рівняння Бесселя.

Розділ 6. Нелінійні системи та квазілінійні рівняння

Тема 19. Перші та загальні інтеграли нелінійних систем. Критерій того, що функція є першим (загальним) інтегралом нелінійної системи. Теорема про структуру загального інтеграла. Теореми про зв'язок загального інтеграла з розв'язком нелінійної системи та загальний розв'язок нелінійної системи. Симетрична форма запису нелінійної системи.

Тема 20. Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку. Системи характеристик. Теорема про зв'язок розв'язків квазілінійного та деякого лінійного рівнянь. Теореми про загальні розв'язки лінійного та квазілінійного рівнянь з частинними похідними першого порядку.

Тема 21. Задача Коші для квазілінійних рівнянь.

Розділ 7. Стійкість за Ляпуновим

Тема 22. Стійкість, асимптотична стійкість та нестійкість за Ляпуновим розв'язків систем диференціальних рівнянь. Функція Ляпунова. Теореми Ляпунова про стійкість, асимптотичну стійкість та нестійкість.

Тема 23. Стійкість лінійних систем. Критерії стійкості, асимптотичної стійкості та нестійкості за Ляпуновим для лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. Динамічна модель Лотки–Вольтерри для щук і коропів. Дослідження фазових портретів динамічних систем.

Тема 24. Теореми про стійкість та нестійкість за першим наближенням.

Тема 25. Елементи теорії керування.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього го	у тому числі					Усього го	у тому числі				
л		п	лаб	інд	ср	л		п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>IV семестр</i>												
Розділ 1. Рівняння першого порядку												
Тема 1	12	2	8			2						
Тема 2	6	2	2			2						
Розрахункова робота (ІДЗ)	16					16						
Разом за розділом 1	34	4	10			20						
Розділ 2. Системи диференціальних рівнянь												
Тема 3	4	2	0			2						
Тема 4	6	2	2			2						
Разом за розділом 2	10	4	2			4						
Розділ 3. Лінійні системи та рівняння												
Тема 5	4	2	0			2						
Тема 6	6	2	2			2						
Тема 7	6	2	2			2						
Тема 8	6	2	2			2						
Тема 9	8	2	2			4						
Тема 10	8	2	2			4						
Тема 11	10	2	4			4						
Тема 12	6	2	2			2						
Контрольна робота	4		2			2						
Разом за розділом 3	58	16	18			24						
Розділ 4. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами												
Тема 13	4	2	0			2						
Тема 14	4	2	0			2						
Тема 15	4	2	0			2						

Тема 16	6	2	2			2					
Разом за розділом 4	18	8	2			8					
<i>Разом за IV семестр</i>	120	32	32			56					
<i>V семестр</i>											
Розділ 5. Інтегрування степеневими рядами											
Тема 17	6	2	2			2					
Тема 18	8	4	2			2					
Розрахункова робота (ІДЗ)	16					16					
Разом за розділом 5	30	6	4			20					
Розділ 6. Нелінійні системи та квазілінійні рівняння											
Тема 19	14	4	4			6					
Тема 20	12	4	4			4					
Тема 21	8	2	2			4					
Контрольна робота	6		2			4					
Разом за розділом 6	40	10	12			18					
Розділ 7. Стійкість за Ляпуновим											
Тема 22	16	6	4			6					
Тема 23	12	4	4			4					
Тема 24	10	2	4			4					
Тема 25	12	4	4			4					
Разом за розділом 7	50	16	16			18					
<i>Разом за V семестр</i>	120	32	32			56					
Усього годин	240	64	64			112					

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<i>IV семестр</i>		
1	Рівняння з відокремлюваними змінними та рівняння, що зводяться до них.	6
2	Лінійні рівняння та рівняння Бернуллі.	2
3	Рівняння в повних диференціалах та рівняння, що зводяться до них.	4
4	Рівняння, нерозв'язні відносно похідної.	4
5	Рівняння, що допускають зниження порядку	4
6	Лінійна залежність та незалежність. Визначник Вронського.	4
7	Лінійні рівняння зі сталими коефіцієнтами.	6
8	Крайова задача та функція Гріна.	2
	<i>Разом за IV семестр</i>	32
<i>V семестр</i>		
9	Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами.	6
10	Інтегрування за допомогою степеневих рядів.	6
11	Нелінійні рівняння.	4
12	Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними.	6
13	Стійкість за Ляпуновим.	8
14	Основи теорії керування	2
	<i>Разом за V семестр</i>	32
	Разом	64

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види , зміст самостійної роботи	Кількість годин
<i>IV семестр</i>		
1	Виконання домашніх завдань за темою «Рівняння першого порядку»	4

2	Вивчення допоміжної літератури за темою «Системи диференціальних рівнянь»	6
3	Вивчення допоміжної літератури за темою «Лінійні системи та рівняння»	30
4	Виконання розрахункової роботи (ІДЗ)	16
	<i>Разом за IV семестр</i>	56
	<i>V семестр</i>	
4	Виконання домашніх завдань за темою «Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами»	8
5	Виконання розрахункової роботи (ІДЗ)	16
6	Виконання домашніх завдань за темою «Інтегрування степеневими рядами»	8
7	Вивчення допоміжної літератури за темою «Нелінійні системи та квазілінійні рівняння»	12
8	Виконання домашніх завдань за темою «Стійкість за Ляпуновим»	12
	<i>Разом за V семестр</i>	56

6. Індивідуальні завдання

Теми індивідуальних завдань:

Семестр IV. Диференціальні рівняння першого порядку.

Семестр V. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами.

7. Методи навчання

Частково-пошуковий, пояснювально-ілюстративний. Проблемно-орієнтовані лекції, пояснювально-розрахункові, репродуктивні методи при проведенні практичних занять.

8. Методи контролю

- Перевірка виконання домашніх та індивідуальних завдань, контрольних робіт.
- Проведення заліку та іспиту.

9. Схема нарахування балів. Критерії оцінювання.

IV семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3, Розділ 4	Разом		
Індивідуальне завдання T1, T2	Домашнє завдання T3-T5	Контрольна робота T6-T13		Разом	40
20	20	20	60		

Для допуску до складання підсумкового контролю *IV семестра* (заліку) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Письмова **залікова робота** складається з 1 теоретичного питання та 1 практичного завдання. Теоретичне питання з доведеннями оцінюється максимум у 20 балів, задача – 20 балів. Максимальну кількість балів за відповідь на теоретичне питання з доведенням можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то він отримує максимум 10 балів. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести

прикладі, він отримує максимум 5 балів. Максимальна оцінка за правильно розв'язану практичну задачу складає 20 балів.

V семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Екзамен	Сума
Розділ 4	Розділ 5, Розділ 6	Розділ 7	Разом		
Індивідуальне завдання T14 -T18	Контрольна робота T19-T23	Домашнє завдання T24 -T25			
20	20	20	60	40	100

Для допуску до складання підсумкового контролю *V семестра* (екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 10 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Екзамен складається з двох частин – письмової частини (екзаменаційна робота) та усної співбесіди (яка сама по собі не є формою проведення екзамену, але являє собою другу частину/складову). Письмова частина виконується дистанційно за допомогою університетської навчальної платформи LMS MOODLE. Усна частина виконується дистанційно у вигляді відео конференції за допомогою платформи ZOOM/Google Meet. Оцінювання екзамену за комбінованою формою відбувається таким чином, що здобувач освіти може отримати за усну співбесіду не більше 25% від загальної оцінки за екзамен.

Екзаменаційний білет складається з 2 теоретичних питань та 2 практичних завдань.

Теоретичне питання з повним доведенням оцінюється максимум у 12 балів, означення і формулювання – 6 балів, задача – 8 балів.

Максимальну кількість балів за відповідь на теоретичне питання з доведенням можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то він отримує максимум 9 балів. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, він отримує максимум 5 балів. Максимальна оцінка за правильно розв'язану практичну задачу складає 8 балів.

Приклади оцінювання виконання домашніх та індивідуальних завдань, а також контрольних, залікових і екзаменаційних робіт.

IV семестр

1) Індивідуальне завдання «Рівняння першого порядку», 20 балів (один з варіантів):

Визначити тип диференціального рівняння і розв'язати його (задачу Коші):

1) $y - xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$ (4 бали)

2) $xy' \cos y + y' \sin 2y = 1$ (4 бали)

3) $y^2 = (xy' + 1) \ln x$ (4 бали)

4) $y' = \sqrt[3]{5x - y} + 2$ (4 бали)

5) $(1 + y^2 \sin 2x) dx - 2y \cos^2 x dy = 0, y(0) = 3$ (4 бали)

2) Домашнє завдання на тему «Нерозв'язані рівняння відносно похідної та зниження порядку», 20 балів (один з варіантів):

Розв'язати рівняння (у рівнянні, позначеному *, знайти особливий розв'язок):

1. $yy'' = (y')^2 + 15y^2\sqrt{x}$ (5 балів);

2. $xy'' - y' = x^2yy'$ (5 балів);

3*. $y = xy' - (2 + y')^2$ (5 балів);

4. Теоретичне запитання (5 балів);

3) Контрольна робота на тему «Лінійні рівняння», 20 балів (один з варіантів):

1. Розв'язати рівняння $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x+1}$, знаходячи окремий розв'язок за допомогою

функції Коші. (5 балів)

2. Розв'язати рівняння $y''' + 4y' = 2x - \cos x$, знаходячи окремий розв'язок методом невизначених коефіцієнтів. (5 балів)

3. Розв'язати задачу Коші: $x^2y'' - 3xy' + 4y = 2x$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$. (5 балів)

4. Скласти лінійне однорідне диференціальне рівняння з постійними дійсними коефіцієнтами (можливо меншого порядку), що має дані окремі розв'язки:

$3x$, $x \cos x$. (5 балів)

4) Залікова робота 40 балів (один з варіантів).

1. Знайти визначник крайової задачі і функцію Гріна (**20 балів**)

$$y'' - 4y = f(x) \quad y(0) - y(1) = 0, \quad y'(1) = 0.$$

2. Теоретичне запитання (**20 балів**).

V семестр

1) Індивідуальне завдання «Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами», 20 балів (один з варіантів):

1. розв'язати методом невизначених коефіцієнтів (4 бали)

2. розв'язати за допомогою матричної експоненти (4 бали)

3. розв'язати за допомогою квазіполіному (5 балів)

4. розв'язати методом варіацій і методом Коші (7 балів)

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -4 & -5 & -2 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 2(t+1)e^t \\ \dot{y} = 2x - y + 2(t+2)e^t \end{cases}$

4. $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y + 1 \\ \dot{y} = 6y - 2x - 3 \end{cases}$

2) Контрольна робота на розв'язання за допомогою степеневих рядів і на квазілінійні рівняння, 20 балів (один з варіантів):

Розв'язати рівняння за допомогою степеневих рядів

1. $(1 - x^2)y'' - xy' + y = 0$ (5 балів)

2. $x^2y'' + 4xy' + (2 - 3x^2)y = 0$ (5 балів)

3. Знайти загальний розв'язок і розв'язати задачі Коші (10 балів)

$$y^2 \frac{\partial z}{\partial x} + yz \frac{\partial z}{\partial y} + z^2 = 0. \quad a) \begin{cases} x = y \\ x - yz = 1 \end{cases} \quad б) \begin{cases} x = y \\ yz = 1 \end{cases}$$

3) Домашнє завдання на тему «Стійкість», 20 балів (один з варіантів):

1. Дослідити на стійкість розв'язання задачі Коші за визначенням (5 балів),
2. Знайти точки спокою та дослідити їх тип (по 1-му наближенню) (5 балів),
3. Дослідити нульовий розв'язок на стійкість методом Ляпунова (5 балів)

1.
$$\begin{cases} 2ty' + y^2 = 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x' = y(x-2) \\ y' = x(1-y^2) \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} x' = \sin x + 4y \\ y' = -x + y^3 \end{cases}$$

4. Теоретичне запитання (5 балів).

4) Приклад екзаменаційного білету (40 балів).

Екзаменаційний білет № ...

1. ФМР лінійної однорідної системи (ЛОС) зі сталими коефіцієнтами, її структура. Метод невизначених коефіцієнтів. (12 балів)
2. Рівняння класу Фукса. Теорема 2. Приклад. (12 балів)
3. Поставити початкові умови так, щоб в одному випадку виконувалися умови теореми

Пікара, а в іншому – не виконувалися:
$$\begin{cases} x' = |x + y| \\ y' = \sqrt[3]{y - x} \end{cases} \quad (8 \text{ балів})$$

4. Поставити початкові умови для квазілінійного рівняння і перевірити його на характеристичність $xy \frac{\partial z}{\partial x} + z \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y}{x}$. (8 балів)

Бонусні бали для студентів:

Студент, який взяв участь у конкурсі SCUDEM, може отримати бонусні бали:

- 5 бонусних балів, якщо команда, до складу якої входив студент, отримала диплом конкурсу;
- 10 балів, якщо команда, до складу якої входив студент, отримала диплом «Outstanding» або «Meritorious».

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	IV семестр	V семестр
90 – 100	зараховано	відмінно
70-89		добре
50-69		задовільно
1-49	не зараховано	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Самойленко А. М. та ін. Диференціальні рівняння: Підручник / А. М. Самойленко, М. О. Перестюк, І. О. Парасюк. - 2-ге вид., перероб. і доп. -. К.: Либідь, 2003. – 600 с.
2. Л.В. Фардигола. Курс звичайних диференціальних рівнянь [Текст] : навч. посіб. / Л. В. Фардигола ; НАН України, Фіз.-техн. ін-т низьких температур ім. Б. і. Веркіна. - Київ : Наукова думка, 2023. – 311 с.
3. А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, М.О. Перестюк. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 1994.– 454 с.
4. І.І. Ляшко, О.К.Боярчук, Я.Г. Гай, О.Ф. Калайда. Диференціальні рівняння. – К.: Вища шк., 1981. – 504 с.

Допоміжна література

1. Philip Hartman. Ordinary Differential Equations. *Classics in Applied Mathematics*, SIAM, 1982.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. SCUDEM, information for students:
<https://qubeshub.org/community/groups/scudem/overview>